

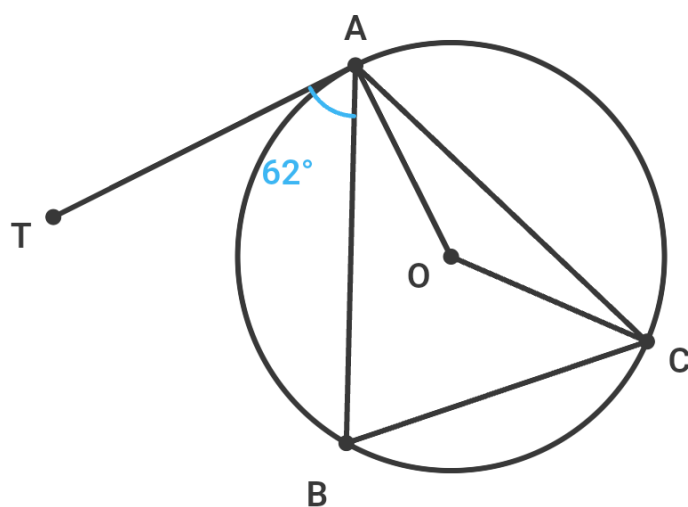


中六 - 數學
圓的切線與追角

姓名： _____

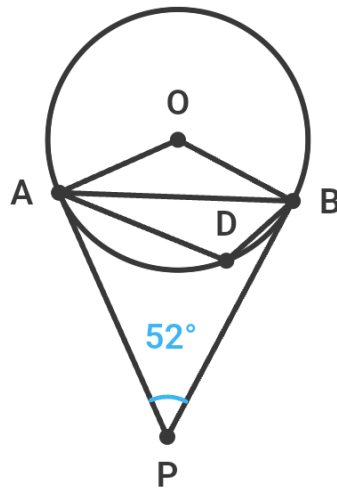
班別： _____

1. 在圖中， O 為圓 ABC 的圓心，而 TA 是圓在 A 的切線。若 $\angle BAT = 62^\circ$ 及 $\angle ACO = 20^\circ$ ，則 $\angle ABC =$



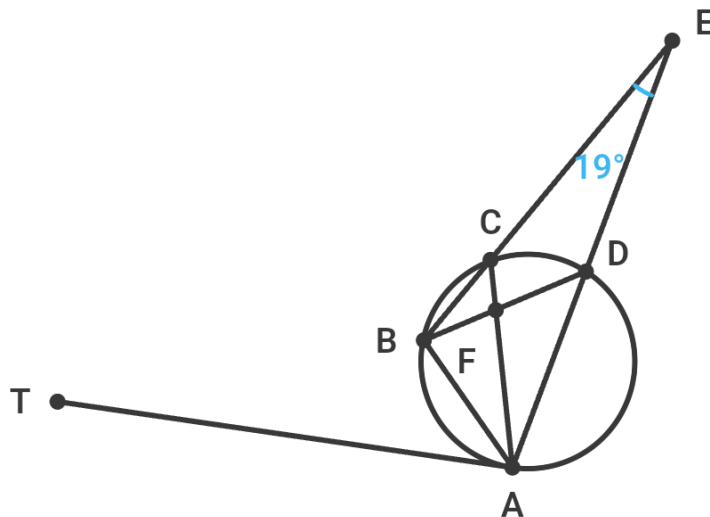
- A. 40°
- B. 48°
- C. 62°
- D. 70°

2. 在圖中， PA 及 PB 分別是圓（圓心為 O ）在 A 及 B 的切線，而 D 是劣弧 AB 上的一點。若 $\angle APB = 52^\circ$ ，則 $\angle ADB =$



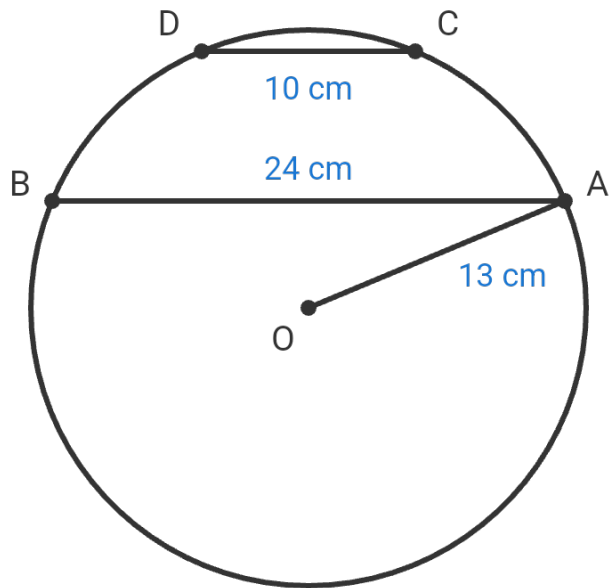
- A. 64°
- B. 104°
- C. 116°
- D. 128°

3. 在圖中， $ABCD$ 為一圓，而 TA 是圓在 A 的切線。 AC 與 BD 相交於點 F ， AD 延長線與 BC 延長線相交於點 E 。若 $\angle BAT = 47^\circ$ 及 $\angle AEB = 19^\circ$ ，則 $\angle AFB =$



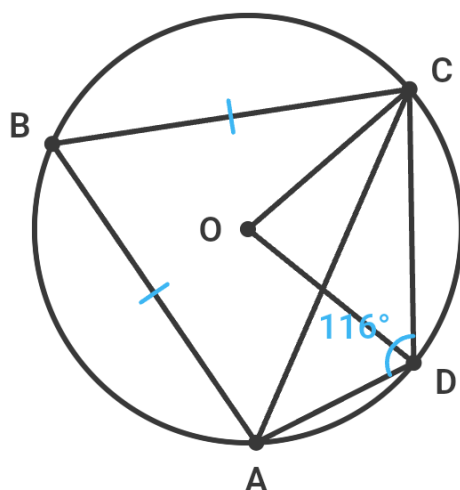
- A. 66°
- B. 75°
- C. 94°
- D. 105°

4. AB 及 CD 是圓（圓心為 O ，半徑為 13 cm ）的兩條平行弦。已知 $AB = 24\text{ cm}$ 、 $CD = 10\text{ cm}$ ，且兩弦位於圓心的**同一側**。求 AB 與 CD 之間的距離。



- A. 7 cm
- B. 12 cm
- C. 14 cm
- D. 17 cm

5. 在圖中， O 為圓 $ABCD$ 的圓心，其中 $AB = BC$ 。若 $\angle ADC = 116^\circ$ 及 $\angle OCD = 50^\circ$ ，則 $\angle BAD =$



- A. 64°
- B. 82°
- C. 98°
- D. 108°

圓的切線與追角

答案

1 D

這題把弦切角、兩條半徑構成的等腰三角形及圓心角與圓周角三項性質串連起來。

步驟 1 – 弦切角等於內錯弓形的圓周角。

弦 AB 與切線 AT 所夾的角是 $\angle BAT$ ，而在 AB 的內錯弓形上的圓周角為 $\angle ACB$ ：

$$\angle ACB = \angle BAT = 62^\circ$$

步驟 2 – 利用兩條半徑。

由於 $OA = OC$ （半徑）， $\triangle OAC$ 為等腰三角形，故 $\angle OAC = \angle OCA = 20^\circ$ ，因此

$$\angle AOC = 180^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 140^\circ$$

步驟 3 – 圓心角等於圓周角的兩倍。

B 位於 AC 的優弧上，所以

$$\angle ABC = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

即 $\angle ABC = 70^\circ$ 。

2 C

需要用到的關鍵事實：切線垂直於經過切點的半徑，以及同弧所對的圓心角是圓周角的兩倍。

步驟 1 – 切點處的直角。

$OA \perp PA$ 及 $OB \perp PB$ ，故 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 。

步驟 2 – 四邊形 $OAPB$ 的內角和。

$$\angle AOB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 52^\circ = 128^\circ$$

步驟 3 – D 在劣弧上，須用反角。

由於 D 位於劣弧 AB 上， $\angle ADB$ 所對的是優弧 AB ，其圓心角為反角

$$360^\circ - 128^\circ = 232^\circ$$

因此

$$\angle ADB = \frac{232^\circ}{2} = 116^\circ$$

即 $\angle ADB = 116^\circ$ 。

本題結合三項性質：弦切角、同弓形內的圓周角相等，以及三角形的內角和／外角。

步驟 1 – 弦切角。

切線 AT 與弦 AB 給出

$$\angle ADB = \angle BAT = 47^\circ$$

而 $\angle ACB$ 與 $\angle ADB$ 同在弦 AB 所對的同一弓形內，故

$$\angle ACB = \angle ADB = 47^\circ$$

步驟 2 – 在 $\triangle BDE$ 內推算。

A 、 D 、 E 共線，所以

$$\angle BDE = 180^\circ - 47^\circ = 133^\circ$$

於 $\triangle BDE$ 中：

$$\angle DBE = 180^\circ - 133^\circ - 19^\circ = 28^\circ$$

由於 C 在 BE 上，即 $\angle DBC = 28^\circ$ 。

步驟 3 – F 處的外角。

在 $\triangle FBC$ 中， B 處的角為 $\angle DBC = 28^\circ$ ， C 處的角為 $\angle ACB = 47^\circ$ 。由於 $\angle AFB$ 是該三角形在 F 的外角，

$$\angle AFB = 28^\circ + 47^\circ = 75^\circ$$

即 $\angle AFB = 75^\circ$ 。

需要用到的性質是：由圓心至弦的垂直線平分該弦。配合畢氏定理，便可求出圓心至每條弦的距離。

步驟 1 – O 至 AB 的距離。

由 O 作的垂線把 AB 平分為兩段 12 cm，半徑為 13 cm：

$$d_1 = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

步驟 2 – O 至 CD 的距離。

CD 的一半為 5 cm，故

$$d_2 = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

步驟 3 – 正確組合。

兩弦位於 O 的同一側，兩段距離同方向量度，所以要相減：

$$12 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

兩弦之間的距離為 7 cm。

把 $\angle BAD$ 分成 $\angle BAC + \angle CAD$ ，逐部分求出。

步驟 1 – 圓內接四邊形對角互補。

$$\angle ABC = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

步驟 2 – 等弦得出等腰三角形。

因 $AB = BC$ ， $\triangle ABC$ 為等腰三角形，故

$$\angle BAC = \frac{180^\circ - 64^\circ}{2} = 58^\circ$$

步驟 3 – 利用兩條半徑 OC 及 OD 。

$OC = OD$ ，所以 $\angle ODC = \angle OCD = 50^\circ$ ，而

$$\angle COD = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

步驟 4 – 圓心角等於圓周角的兩倍。

$\angle COD$ 與 $\angle CAD$ 同以弦 CD 為底，故

$$\angle CAD = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

步驟 5 – 相加。

$$\angle BAD = 58^\circ + 40^\circ = 98^\circ$$

即 $\angle BAD = 98^\circ$ 。留意 $\angle OCD = 50^\circ$ 必須先轉化為圓心角 80° ，才可折半。